

IBERGEO_2006

IBERGEO_2006

Miguel J. Sevilla

Instituto de Astronomía y Geodesia. Facultad de Matemáticas. UCM Plaza de Ciencias 3. 28040 Madrid sevilla@mat.ucm.es

SUMMARY

The Ibergeo95 geoid model was published in 1995, that was the first gravimetric geoid of the Iberian peninsula. From then on have appeared new geopotential models much more precise than those used then, I have also had a new digital terrain model, new and precise data of gravity anomalies of Spain and of Portugal and altimetry satellite data in the marine areas. With all these new resources has been proceeded to calculate a new geoid IBERGEO_2006 with the same methodology used in 1995 that demonstrated to be extremely useful.

In this new geoid computation has been used the following data types: a) the Combined Gravity Field model EIGEN-CG03C complete to degree and order 360 from CHAMP, GRACE and surface gravity data, released on May 12, 2005 by GeoForschungsZentrum (GFZ) de Potsdam, b) a set of 209752 validated free air gravity anomalies covering the Iberian Peninsula and surrounding regions, c) a digital terrain model of mesh side 200x200 meters, d) altimetry satellite data, and e) GPS data in levelling points provided by the Geographical Institutes of Spain and Portugal.

The method used for the computations was the same of the Ibergeo95: Stokes' integral. After remove a Helmert correction, a collocation approach have been applied to obtain a reference surface for heights adjusted to GPS/Leveling points. The results have been compared with those obtained in 437 points resulting a standard deviation of 1.3 centimeters and a relative precision of 0.62 ppm.

1. INTRODUCCIÓN

En 1995 se publicó el geoid Ibergeo95 que fue el primer geoid gravimétrico de la península Ibérica. Desde entonces han aparecido nuevos modelos de geopotencial mucho más precisos que los utilizados entonces, también se ha dispuesto de un nuevo modelo digital del terreno, de nuevos y precisos datos de anomalías de la gravedad de España y de Portugal y de datos de altimetría de satélites en las zonas marinas. Con todos estos nuevos recursos se ha procedido a calcular un nuevo geoid IBERGEO_2006 con la misma metodología empleada en 1995 que demostró ser extremadamente útil (Sevilla, 1995).

El método usado en los cálculos ha sido el mismo que en el Ibergeo95: la integral de Stokes. Después de eliminar una corrección de Helmert, se ha aplicado colocación para obtener una superficie de referencia de altitudes ajustada a puntos GPS/Nivelación. Los resultados se han comparado con los obtenidos en 437 puntos resultando una desviación típica de 13 milímetros y una precisión relativa de 0.62 ppm.

2. ANTECEDENTES Y MEJORAS

El nuevo geoid que ahora se presenta es una actualización del geoid IBERGEO95 determinado en 1995. Los parámetros geodésicos de la zona de trabajo son: Sistema de referencia WGS84, un área de 10 grados en latitud de $35 < \varphi < 45$ y 16 grados en longitud de $-10.5 < \lambda < 5.5$. En la zona central la longitud de un arco de meridiano de 1 grado es de 111.0346 Km. ($10''=1110.346$ Km.) y la de un arco de paralelo de 1 grado 85.39385694 Km. ($16''=1366.312$ Km.) con una relación entre arcos de 1.300264874. Los intervalos de las mallas resultantes son de 2.17 Km. x 2.67 Km. teniendo en total 262144 puntos de geoid.

Las mejoras del presente geoid han sido posibles por las siguientes razones:

- 1.- Disponer de un nuevo modelo de geopotencial, el CG03C que ha sido publicado en 2005 por el GeoForschungsZentrum (GFZ) de Potsdam.
- 2.- Disponer de valores absolutos de la gravedad (aunque de momento no se han utilizado).
- 3.- Disponer de nuevos datos gravimétricos en España y Portugal y nuevos datos marinos. 22.909 datos más que en 1995.
- 4.- Nuevo cálculo de anomalías aire libre a partir de gravedades medidas con los nuevos programas REDGRA con fórmulas precisas y todo referido al sistema WGS84.

6.- Nueva validación de anomalías con gráficos parciales y otros métodos avanzados.

7.- Utilizar un modelo digital del terreno más denso que el de 1995 sobre todo en zonas montañosas (MDT200).

8.- Utilizar para comparación anomalías obtenidas a partir de datos de satélites ERS1-2 y TOPEX/POSEIDON en zonas marinas.

9.- Obtener la malla de anomalías de cálculo con anomalías Bouguer completas y después pasar a anomalías Helmert añadiendo la corrección por lámina Bouguer tomando las altitudes de una malla previamente calculada.

10.- Disponer de una red de puntos de control GPS en el sistema ETRF89 y de nuevos parámetros de transformación de coordenadas del ED50 al WGS84 proporcionados por los Institutos Geográficos de España y Portugal, a quienes se agradece su colaboración

3. MODELO DE GEOPOTENCIAL

El modelo de geopotencial utilizado es el EIGEN-CG03C publicado en 2005 por el GeoForschungsZentrum (GFZ) de Potsdam. Este modelo del campo de gravedad combinado es una mejora del EIGEN-CG01C. El modelo se basa en la misma misión CHAMP y en datos de superficie (0.5×0.5 , gravimetría y altimetría), pero tiene en cuenta casi dos veces más datos que la misión GRACE. En vez de 200 días ahora se han utilizado 376 días de febrero a mayo de 2003, julio a diciembre de 2003 y febrero a julio de 2004.

EIGEN-CG03C es completo hasta grado y orden 360 en términos de coeficientes armónicos esféricos y resuelve longitudes de onda de la anomalía del geoid y de la gravedad de 110 kilómetros. Un método especial de combinación de banda limitada se ha aplicado para preservar la alta exactitud de los datos basados en los satélites en la banda de frecuencia más baja del geopotencial y formar una transición suave a la información de alta frecuencia que venía de los datos de superficie. Comparado con los modelos de gravedad de alta resolución globales pre-CHAMP/GRACE, la exactitud en longitud de onda de 400 kilómetros se podía mejorar en un orden de magnitud a 3 centímetros y 0.4 mgal en términos de alturas del geoid y anomalías de la gravedad, respectivamente. La exactitud total del modelo completo 360 a características espaciales de 100 kilómetros se estima en 30 centímetros y 8 mgal, respectivamente. La exactitud sobre los océanos es generalmente mejor que sobre los continentes que reflejan la calidad de los datos superficiales disponibles. (Förste et al. 2005) (Figuras 1 y 2)

EIGEN-CG03C Gravity Anomalies (mgal)

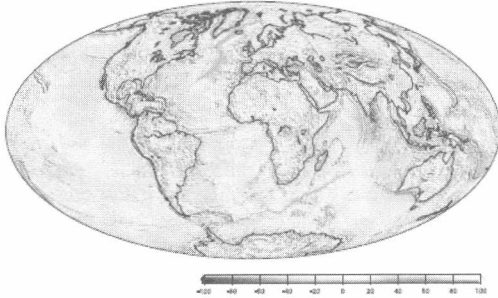


Figura 1 – Mapa de anomalías gravimétricas CG03C (CG03C gravity anomalies) (Förste et al. 2005)

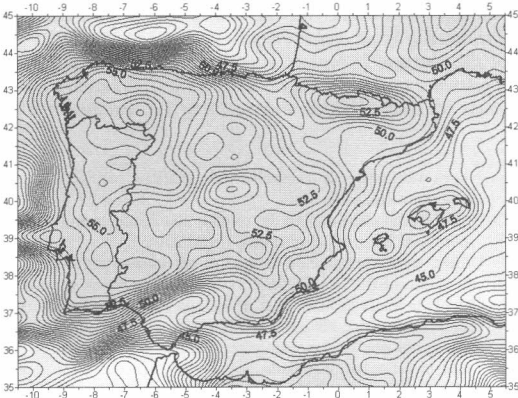


Figura 2 – Altitudes del geoido modelo CG03C en la península Ibérica. (CG03C geoid undulations in the Iberian peninsula.)

Con este modelo se han calculado las siguientes cantidades:
Anomalías modelo por

$$\Delta g_{\text{mod}}(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta)$$

Ondulaciones modelo por

$$N_{\text{mod}}(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta)$$

4. DATOS GRAVIMÉTRICOS

La zona de datos es la comprendida entre $35 < \varphi < 45$ (10 grados en latitud) y $-10.5 < \lambda < 5.5$ (16 grados en longitud) y el banco de datos gravimétricos para el cálculo del **IBERGEO_2006** está constituido por: (Figura 3)

- 186.813 datos validados de 1995 corregidos en 1996 (puntos rojos),
- 3005 datos nuevos de Portugal hasta 1997 (puntos azules) y
- 19.934 datos nuevos obtenidos en 2002 al calcular el geoido del norte de África (puntos verdes).
- En total se dispone de 209.752 datos

Como los diferentes datos iniciales estaban referidos a diferentes datums, en una primera etapa se realizaron las transformaciones de datums para estandarizar todos los datos. Los datos estandarizados se refieren al WGS84 para la gravedad teórica y a la IGSN71 para la

gravedad medida (queda pendiente transformar las gravedades medidas al sistema de gravedades absolutas pero eso lo dejaremos para cuando dispongamos de resultados definitivos de la IAGBN (International Absolute Gravity Basestation Network)). Se ha aplicado la corrección atmosférica.



Figura 3 – Distribución de datos gravimétricos en la península Ibérica. (Gravity data distribution in the Iberian peninsula.)

Todos los datos han sido cuidadosamente analizados para eliminar puntos repetidos y han sido validados para eliminar errores groseros, utilizando diferentes procedimientos. La validación es una de las operaciones más importantes en el tratamiento de datos gravimétricos, sobre todo cuando proceden de diversas fuentes y son de diferentes tipos. En validación se trata de detectar valores con errores groseros, es decir, valores erróneos debidos principalmente a equivocaciones en el manejo de números o en el cálculo de correcciones o en no haber realizado alguna de las correcciones necesarias en el proceso inicial de observación. Cuando se detecta un dato con error grosero no se elimina del fichero sino que se le asigna un valor 1 al índice de validación, es decir se pone IVA = 1. (Sevilla et al. 1997). Ver Tabla 1 y Figura 4.

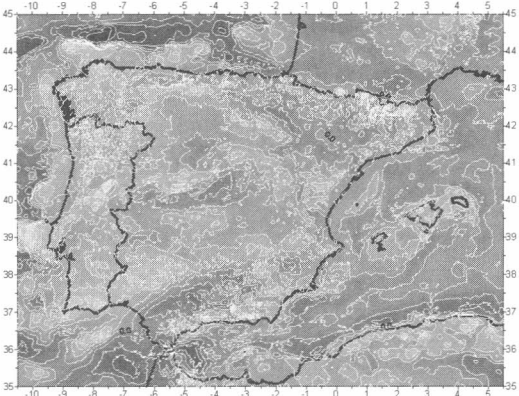


Figura 4 – Anomalías aire libre en la península Ibérica. (Free air anomalies in the Iberian peninsula.)

Tabla 1. Estadísticas de anomalías (mGal)

| | Media | D.T. | Min | Max | Rango |
|----------------|-------|-------|---------|--------|--------|
| ibg_2006 | 8.19 | 38.57 | -179.97 | 189.33 | 369.30 |
| ibg_cg03c | 12.95 | 37.53 | -150.95 | 127.60 | 278.55 |
| ibg_2006-cg03c | -4.76 | 20.99 | -153.11 | 182.70 | 335.81 |

5. MODELOS DIGITALES DEL TERRENO

Para las correcciones de terreno y efecto indirecto se ha construido un Modelo Digital del Terreno de la zona de trabajo a partir del MDT200 del Instituto Geográfico Nacional para España, de un modelo también a escala 1/200.000 de Portugal para Portugal, del modelo GLOBE para el resto del territorio y del modelo topo_8.2 para la batimetría. Este modelo denominado IBHGEO200 (Figura 5) está dado en el sistema WGS84 en una malla continua de límites $34 < \varphi < 45.5$ $-11 < \lambda < 6$. Tiene 6390 filas y 7084 columnas orientadas de O a E y de N a S. Los intervalos de la malla son 6,48" (199,864 metros) en latitud y 8,64" (204,946 metros) en longitud. Tiene 45.266.760 puntos. (Sevilla, 2002)

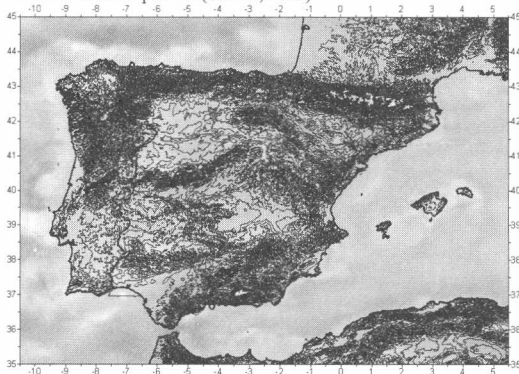


Figura 5 - Modelo digital del terreno en la península Ibérica. (Digital terrain model in the Iberian peninsula.)

Con este MDT se han calculado las siguientes cantidades:

Corrección de terreno

$$c_P = G\rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{z=h_P}^h \frac{z-h_P}{\left[(x-x_P)^2 + (y-y_P)^2 + (z-h_P)^2 \right]^{3/2}} dx dy dz$$

Efecto indirecto

$$N_{ind} = -\frac{\pi G \rho}{\gamma} h^2(x_P, y_P) - \frac{G \rho}{6\gamma} \iint_E \frac{h^3(x, y) - h^3(x_P, y_P)}{s^3} dx dy$$

También se ha calculado, con fines de validación, la corrección de terreno residual. Los parámetros estadísticos de estas correcciones se muestran en la Tabla 2

Tabla 2. Estadísticas de correcciones

| | Media | D.T.. | Min | Max |
|------------|-------|-------|---------|--------|
| c_P | 0.46 | 1.32 | 0 | 40.35 |
| rtm | -2.80 | 18.52 | -126.57 | 153.40 |
| Validación | -1.97 | 18.23 | -154.77 | 199.46 |
| N_{ind} | -0.02 | 0.03 | -0.41 | 0 |

6. ANOMALÍAS REDUCIDAS

Las anomalías reducidas que van a entrar en la fórmula de Stokes se calculan en cada punto por medio de

$$\Delta g_{red} = \Delta g_{AL} - \Delta g_{MOD} - 2\pi G \rho h + c + \delta \Delta g$$

Es decir a las anomalías aire libre Δg_{AL} se le quitan las anomalías modelo Δg_{MOD} , se corrigen por lámina Bouguer $-2\pi G \rho h$, se

aplica la corrección de terreno c y se añade el segundo efecto indirecto sobre la gravedad.

$$\delta \Delta g = \frac{2\pi G \rho h^2}{R}$$

Con estas anomalías reducidas, que son muy suaves, se construye una malla por colocación y se obtiene

$$\Delta g_{red}^{gri}$$

En esta malla se restituye la lámina Bouguer y resultan las anomalías reducidas definitivas para el cálculo

$$\Delta g = g_{red}^{gri} + 2\pi G \rho h^{gri}$$

7. LA FÓRMULA DE STOKES

Las ondulaciones del geode han sido determinadas usando la técnica clásica del quita y pon. Las ondulaciones predichas se obtienen por la fórmula

$$N = N_{mod} + N_{ind} + N_{gra}$$

donde N_{mod} es la contribución del modelo CG03C, N_{ind} es la contribución de la reducción del terreno y N_{gra} es la contribución de las observaciones del campo de gravedad: anomalías aire libre corregidas de modelo y de topografía

El método utilizado para el cálculo de la contribución gravimétrica local al geode ha sido la fórmula de Stokes.

$$N_{gra} = \frac{R}{4\pi\gamma\sigma} \iint \Delta g(\varphi, \lambda) S(\psi) d\sigma$$

donde R es el radio medio terrestre, γ la gravedad normal, σ la esfera de integración, Δg las anomalías de la gravedad reducidas al geode y $S(\psi)$ la función de Stokes dada por

$$S(\psi) = \frac{1}{t} - 4 - 6t + 10t^2 - (3 - 6t^2) \ln(t + t^2), \quad t = \sin \frac{\psi}{2}$$

Para evaluar la fórmula de Stokes se usa la técnica de la FFT 1D esférica que permite la evaluación de la integral esférica discreta de Stokes sin ninguna aproximación, paralelo por paralelo. En los cálculos se ha usado un espectro discreto de la función núcleo. Un orlado de ceros del 100 % fue añadido alrededor de la matriz señal para reducir la distorsión espectral y evitar efectos de convolución circular. La fórmula de evaluación puede escribirse en la forma

$$N_{\varphi, \varphi}(\lambda_p) = \frac{R \Delta \varphi X \lambda}{4\pi\gamma} \mathbf{F}_i^{-1} \left\{ \sum_{\varphi=\varphi_1}^{\varphi_M} \mathbf{F}_i \left\{ S_{\varphi, \varphi} \right\} \mathbf{F}_i \left\{ \Delta g_{\varphi} \cos \varphi \right\} \right\}$$

$$\varphi_P = \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M$$

donde \mathbf{F}_i y \mathbf{F}_i^{-1} son los operadores transformada de Fourier y su inverso. Con esta fórmula obtenemos la ondulación del geode en todos los puntos de un paralelo. El resultado obtenido por este método es el mismo que el que se obtiene por integración numérica directa pero solo necesita tratar con una matriz compleja 1D cada vez, así resulta un considerable ahorro de memoria de ordenador comparada con otras técnicas. Ver Tabla 3. y Figura 6

Tabla 3. Estadísticas de modelos y geoides (m)

| | Media | S.D. | Min | Max | Rango |
|--------------|-------|------|-------|-------|-------|
| Modelo CG03C | 49.42 | 4.02 | 35.64 | 58.05 | 22.41 |
| Stokes | 0.08 | 0.30 | -1.19 | 1.07 | 2.26 |
| IBERGEO_2006 | 49.48 | 3.89 | 36.13 | 57.98 | 21.85 |

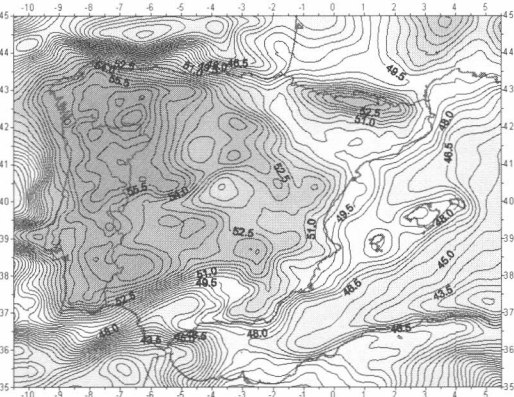


Figura 6 - IBERGEO_2006 (IBERGEO_2006 GEOID model)

8. PUNTOS GPS

La aplicación de la fórmula de Stokes a la determinación gravimétrica del geoido no da la escala del geoido, las ondulaciones resultantes (N_{GEO}) se refieren a un elipsoide ideal que tiene las constantes del geoido pero cuyas dimensiones no se conocen en términos de valores numéricos. Por consiguiente, el geoido así determinado necesita de un control externo. Este control podemos establecerlo a partir de las ondulaciones calculadas con la fórmula

$$N_{GPS} = h_{GPS} - H$$

como las diferencias entre las altitudes elipsóidicas obtenidas por GPS (h_{GPS}) y las altitudes ortométricas obtenidas por nivelación de precisión (H).

Las altitudes ortométricas (H) se refieren, en la práctica de la nivelación, al nivel medio del mar determinado por algún mareógrafo. Esta operación es independiente del geoido, existiendo en general una diferencia casi constante desconocida entre el geoido y la superficie de referencia de las altitudes ortométricas.

La comparación de N_{GPS} con N_{GEO} nos permite estudiar las diferencias entre ondulaciones del geoido obtenidas con GPS, y ondulaciones obtenidas con el geoido gravimétrico

$$\Delta N = N_{GPS} - N_{GEO}$$

En estas condiciones las altitudes elipsóidicas obtenidas con el geoido gravimétrico $h_{GEO} = H + N_{GEO}$ se refieren a un elipsoide desconocido mientras que las altitudes obtenidas por GPS (h_{GPS}) se refieren a un elipsoide de referencia determinado (WGS84). Es pues necesario, o corregir N_{GEO} teóricamente o corregir N_{GEO} a través de las diferencias ΔN . Si se corrige a través de las diferencias el geoido resultante ya no será geocéntrico ni equipotencial, pero se ajustará bien al geoido real en la zona.

Los datos necesarios para efectuar estos cálculos son un conjunto de puntos de la red de nivelación de precisión, o perfectamente enlazados con ella, en los que se conozcan las altitudes ortométricas junto a las coordenadas elipsóidicas obtenidas por GPS de alta precisión φ, λ, h . En estos puntos se calcularán las ondulaciones de un geoido gravimétrico.

La red de nivelación de precisión del territorio está referida a algún datum definido por uno o varios mareógrafos, esto da valores de las altitudes ortométricas H .

Las diferencias entre el geoido calculado con datos gravimétricos y la superficie de referencia de las altitudes obtenidas por nivelación pueden minimizarse ajustando ambas superficies, es decir mediante un cambio de datum. Mediante esta transformación se pasaría del geoido gravimétrico a otro geoido ajustado a la red de nivelación mediante las observaciones GPS.

En las diferencias $N_{GPS} - N_{GEO}$ están incluidos, además del cambio de datum, los posibles errores tanto en coordenadas GPS como en ondulaciones del geoido y los errores propios de la nivelación. Todos estos errores son absorbidos por un cambio de datum convencional mediante un modelo de Helmert de cuatro parámetros

$$N_{GPS} = N_{GEO} + c_1 + c_2 \cos \varphi \cos \lambda + c_3 \cos \varphi \sin \lambda + c_4 \sin \varphi$$

Una vez realizada esta transformación y suponiendo que las nuevas diferencias e' están afectadas de errores aleatorios se determina una nueva superficie correctora por colocación en los puntos de una malla.

$$\hat{e} = C_{st} (C_{tt} + C_{nn})^{-1} e'$$

Los puntos GPS/NIV utilizados se muestran en la Figura 7 y los resultados de estos ajustes en la Tabla 4.



Figura 7 - Puntos GPS/Niv de control del geoido (GPS/Niv control points)

Tabla 4. Resultados del ajuste en puntos GPS/NIV

| | Diferencias | Intervalos | Puntos | % |
|-------|-------------|--------------|--------|------|
| Media | 0.001 | > 2 sigma | 12 | 2.7 |
| D.T. | 0.013 | < 1 sigma | 418 | 95.7 |
| Max | 0.131 | > 1y<2 sigma | 7 | 1.6 |
| Min | -0.184 | TOTAL | 437 | 100 |

El cálculo de altitudes ortométricas con datos GPS y datos de geoido es la aplicación más corriente de una superficie de referencia de altitudes. Este cálculo consiste en aplicar la sencilla relación

$$H_1 = H_0 + (h_1 - h_0) - (N_1 - N_0)$$

donde H_0, h_0 y N_0 son las altitudes ortométrica y elipsóidica y la ondulación del geoido en un punto inicial y H_1, h_1 y N_1 son las mismas cantidades en el punto de cálculo

1. REFERENCIAS

FÖRSTE, C., F. FLECHTNER, R. SCHMIDT, U. MEYER, R. STUBENVOLL, F. BARTHELMES, R. KÖNIG, K.H. NEUMAYER, M. ROTHACHER, CH. REIGBER, R. BIANCALE, S. BRUINSMA, J.-M. LEMOINE, J.C. RAIMONDO (2005): A New High Resolution Global Gravity Field Model Derived From Combination of GRACE and CHAMP Mission and Altimetry/Gravimetry Surface Gravity Data. Poster [g004_EGU05-A-04561.pdf](#) (316 KB) presented at EGU General Assembly 2005, Vienna, Austria, 24-29, April 2005

SEVILLA, M. J. (1995): A New gravimetric geoid in the Iberian Peninsula. *Bureau Gravimétrique International, BGI Bulletin D'information N° 77 and International Geoid Service, IGeS Bulletin N° 4* (IAG special issue "New Geoids in the World"), pp.163-180. Toulouse (Francia).

SEVILLA, M. J., D. RAMÍREZ y F. SÁNCHEZ (1997): Metodología para la creación de bases de datos gravimétricos fiables. Métodos clásicos, gráficos y digitales (I). Topografía y Cartografía, Vol. XIV N° 79, pp. 2-19. y (II). Topografía y Cartografía, Vol. XIV N° 80, pp. 2-18.